

Sissejuhatus osakestefüüsikasse ja kosmoloogiasse

Loeng 1: Vaatluslik kosmoloogia ja universumi geomeetria

Sven Pöder ¹ ²

¹Keemilise ja Bioloogilise Füüsika Instituut (KBFI)

²Tallinna Tehnikaülikool (TalTech)

TalTech, April 2024

- A. Liddle, "An Introduction to Modern Cosmology"
- **B. Ryden, "Introduction to Cosmology"**
- D. Tongi konspekt:
<http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/cosmo.html>

Lühiülevaade ajaloost ja ühikutest

- Kosmoloogia on teadusharu, mis uurib Universumi kui terviku ehitust, dünaamikat, arengut
- Teadusharuna võrdlemisi uus
 - Muutus kvantitatiivseks 20. sajandi teises pooles ning toimus märkimisväärne hüpe ennustusvõimelisuses
- Seejuures ei ole alati mugav kasutada standardseid SI ühikuid, nende asemel kasutatakse:
 - Kaugused -
 - AU (astronoomiline ühik) $\approx 1.496 \times 10^{11}$ m,
 - pc (parsek) $\approx 3.086 \times 10^{16}$ m,
 - Mpc (10^6 pc $\approx 3.086 \times 10^{22}$ m)
 - Mass - M_{\odot} (Päikese mass, $\approx 2 \times 10^{30}$ kg)
 - Aeg - Myr (10^6 yr), Gyr (10^9 yr)

Millisena näeme universumit nähtavas valguses?

Tähed - Meile lähim tähesüsteem - Alpha Centauri. Kaugus $\approx 1.3pc$

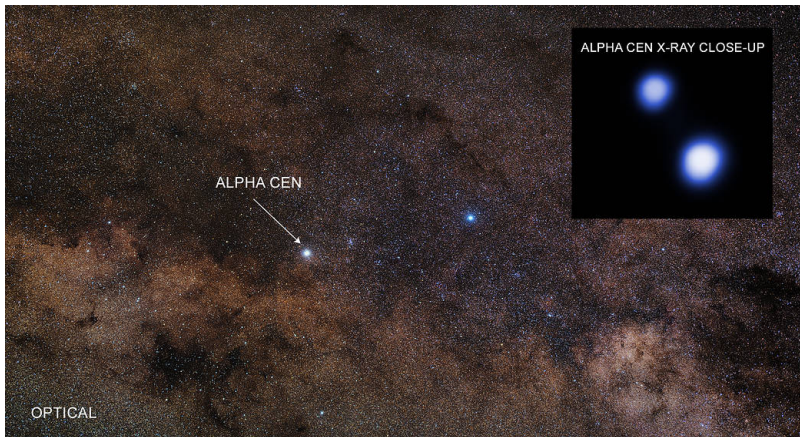


Figure: Alpha Centauri, meile lähim tähesüsteem. [Optical: Zdenek Bardon; X-ray: NASA/CXC/Univ. of Colorado/T. Ayres et al.]

Vaatluslik Ülevaade - Galaktikad, Lokaalne Grupp

Galaktikad - Suured ($M \approx 10^{12} M_{\odot}$), tähtedest koosnevad süsteemid. Meie galaktiline naabruskond on Lokaalne Grupp, kuhu kuulub ka nt. Andromeeda (M31), mille kaugus $\approx 0.75 Mpc$

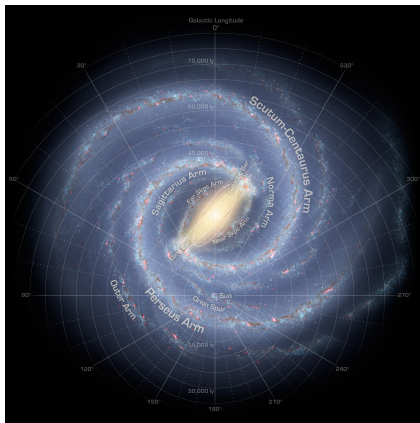


Figure: Linnutee Galaktika. [NASA/JPL-Caltech/R. Hurt (SSC/Caltech)]

Vaatluslik Ülevaade - Galaktikaparved, Superklastrid

- **Galaktikaparved** - kõige suuremad gravitatsiooniliselt seotud struktuurid, kaugus $\approx 100 Mpc$
- **Superklastrid** (ja nendevahelised tühimikud)
- $> 100 Mpc$ - Universum hakkab näima ühtlasena, struktuur kaob

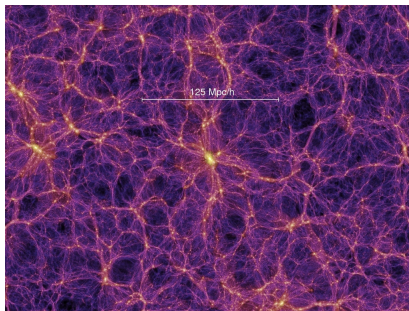


Figure: Tumeaine jaotus Milleniumi Simulatsioonis. [Springel et al. (2005)]

Aine jaotus suurtel skaaladel



Figure: Tähtede jaotus 50 Mpc pikkusel skaalal. [TNG Project]

https://www.tng-project.org/movies/tng/tng100_sb0_inside_bfield_1080p.mp4

- Mikrolaine - üks olulisemaid laineribasid (CMB)
- Infrapuna - kasutatud alates 1980-ndatest, noored galaktikad, kaugete objektide vaatlemine läbi tähtedevahelise tolmu,
- Röntgen - galaktikatevaheline meedium
- Raadiolained - efektiivne kõrge resolutsiooniga kaartide saavutamiseks kaugetest galaktikatest, ioniseerimata vesiniku 21cm spektrijoon

Homogeensus ja isotroopsus

- Isotroopsus viitab sellele, et ei eksisteeri eelistatud suund
- Homogeensus viitab sellele, et ei ole eelistatud asukohtasid
- Üldiselt homogeensus ei garanteeri isotroopsus ja vice versa



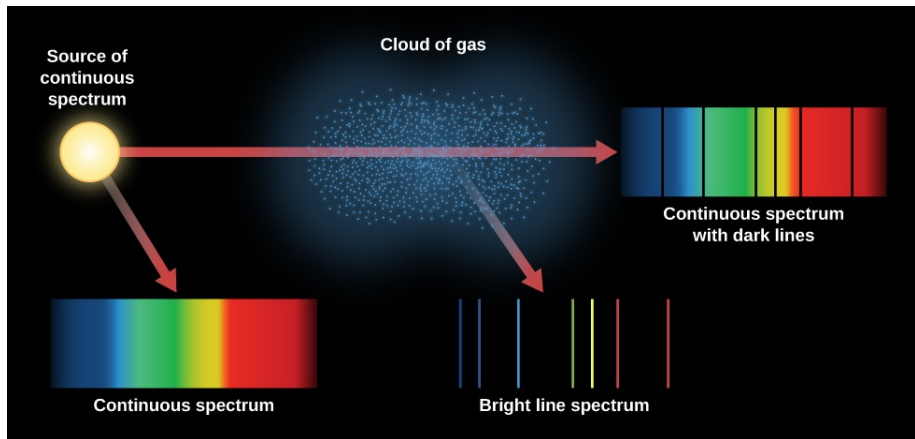
Kosmoloogiline printsiip

Universum on homogene ja isotroopne suurtel skaaladel.

Oluline!

Kehtib skaaladel, mis on suuremad kui ≈ 100 Mpc!

Galaktikate valguse detekteerimine, neeldumisjooned



Punanihe ja Hubble'i seadus I

Kui uurime nähtavas valguses galaktikaid, siis enamus detekteeritav valgus tuleb galaktikasse kuuluvatelt tähtedelt

Seega näeme neeldumisjooni (või kiirgusjooni) galaktikate spektrites
Me ütleme, et galaktikal on punanihe z , kui kehtib

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}}, \quad (1)$$

kus λ_{obs} on valguse lainepikkus vaatluspunktis ning λ_{em} lainepikkus kiirgumiskohas.

Lainepikkuse muutus ütleb kui palju universum on paisunud footoni kiirgumise ajahetkest.

Kommentaarisid

Enne 20. sajandit ei teatud, et üldiselt on galaktikate valgus punanihkes. M31 (Andromeeda) on üks vähestest, mille spekter on sinihikega.

Punanihe ja Hubble'i seadus II

- 1927 - G. Lemaitre moodustas nimekirja 42 galaktikast, mille spektri nihe oli mõõdetud
 - 37 neist olid punanihkega
 - Keskmine radiaalkiirus $v = +600$ km/s
- 1929 - Hubble'i täpsem kaugushinnang galaktikatele, kaugemal olevad galaktikad on suurema punanihkega

$$z = \frac{H_0}{c} r, \quad (2)$$

kus H_0 on Hubble'i konstant.

$$\vec{v} = H_0 \vec{r} \quad (3)$$

Punanihe ja Hubble'i seadus III

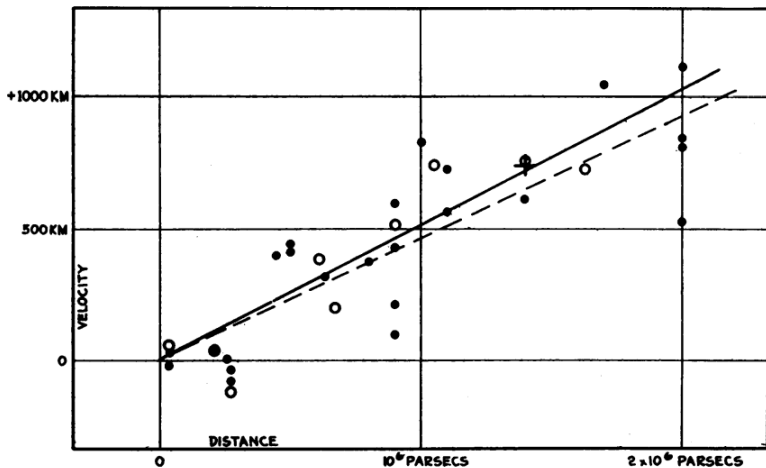


Figure: E. Hubble'i 1929. a. artiklist graafik, mis kujutab galaktikate radiaalkiiruse ja kauguse sõltuvust.

- **Homogeenne ja isotroopne paisumine**

Kujutleme kolme galaktikat raadiusvektoritega \vec{r}_1 , \vec{r}_2 ja \vec{r}_3 , mis moodustavad kolmnurga, mille küljed on defineeritud kui

$$r_{12} \equiv |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| \quad (4)$$

$$r_{23} \equiv |\vec{r}_2 - \vec{r}_3| \quad (5)$$

$$r_{31} \equiv |\vec{r}_3 - \vec{r}_1| \quad (6)$$

Kui galaktikad kaugenevad üksteisest ning ülal defineeritud kolmnurga kuju säilib, siis on ruumi paisumine homogeenne ja isotroopne.

- Hubble'i aeg - H_0^{-1}
- Mis on Hubble'i aeg kui kasutame Hubble'i konstandi tänapäevast väärtust? ($68 \pm 2 [kms^{-1} Mpc^{-1}]$)
- Hubble'i kaugus $\frac{c}{H_0}$
- Näeme galaktikaid kaugenemas, aga kosmoloogiline printsip?
- Millistel skaaladel universumi paisumine kehtib?
- Hubble'i seadus on Suure Paugu mudeliga kooskõlas aga ei nõua seda. 20. sajandi esimeses pooles konkureerisid omavahel Suure Paugu teooria ja statsionaarseisu teooria.

Olbersi paradoks

Miks paistab öine tähistaevas meile tumedana?

- **Musta keha funktsioon** kirjeldab footonite energiatihedust sagedusvahemikus $f + df$

$$\varepsilon(f)df = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3 df}{\exp(hf/kT) - 1} \quad (7)$$

Integreerituna üle kõikide sageduste, saame eelmisest kogu energiatiheduse musta keha kiirguse jaoks

$$\varepsilon_\gamma = \alpha T^4, \quad (8)$$

kus

$$\alpha = \frac{\pi^2}{15} \frac{k^4}{\hbar^3 c^3} = 7.566 \times 10^{-16} \text{ Jm}^{-3} \text{ K}^{-4} \quad (9)$$

Musta keha kiirgus II

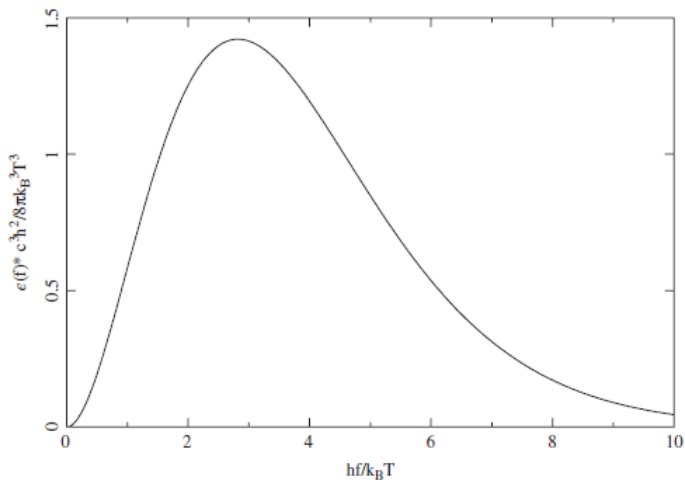
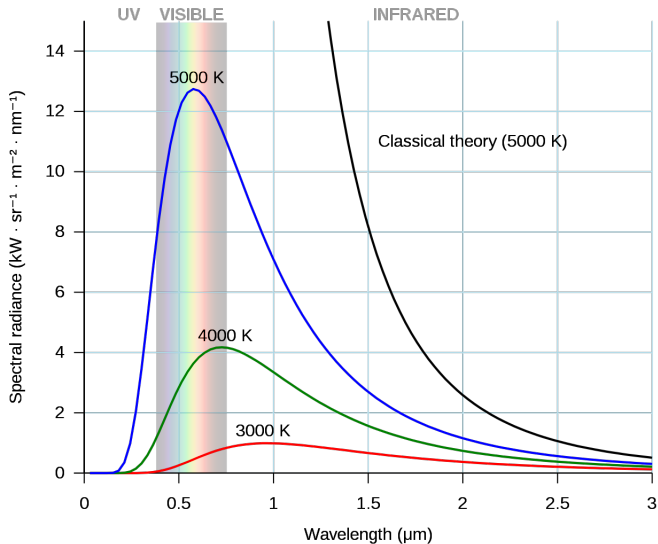


Figure: Musta keha kiirguse energiatiheduse jaotus. [A. Liddle]

Musta keha kiirgus II



- Footonite ruumtiheduse sagedusvahemikus $f + df$ saame kui jagame energiatiheduse footoni energiaga

$$n(f)df = \frac{8\pi}{c^3} \frac{f^2 df}{\exp(hf/kT) - 1}, \quad (10)$$

Jällegi, integreerituna üle sageduste saame musta keha kiirguse footonite ruumtiheduse

$$n_\gamma = \beta T^3, \quad (11)$$

kus

$$\beta = \frac{2.4041}{\pi^2} \frac{k^3}{\hbar^3 c^3} = 2.029 \times 10^7 \text{ m}^{-3} \text{ K}^{-3} \quad (12)$$

Solar Radiation Spectrum

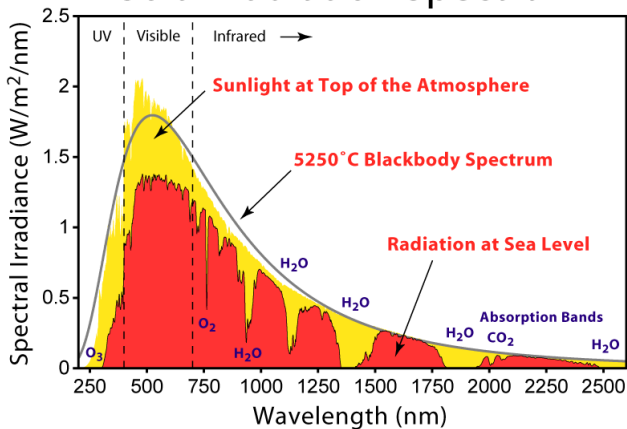


Figure: Päikese spektri võrdlus kiirgusega, mis oleks absoluutselt mustal kehal, mille temperatuur $T = 5250^\circ\text{C}$

Kosmiline Taustkiirgus (CMB)

- A. Penzias ja R. Wilson avastasid 1965. aastal mikrolainelise isotroopse taustkiirguse
- Jälgib väga hästi musta keha spektri kuju - on kõige lähedasem sellele, mis seni vaadeldud looduses
- Musta keha kiirgus on läbipaistmatutel objektidel, mis tähendab, et ka varajane universum pidi olema läbipaistmatu - barüoniline aine oli ioniseeritud
- Oluline kosmoloogiline vihje, mis põhjustas **Suure Paugu teooria** eelistamist üle **statsionaarseisu teooria** - perfektse kosmoloogilise printsiibi rikkumine

Gravitatsioon (Newton)

- Kosmoloogilistel skaaladel on gravitatsioon dominantne jõud
 - Nõrk vastasmõju - 10^{-18} m
 - Tugev vastasmõju - 10^{-15} m
 - Elektromagnetjõud oluliselt tugevam väikestel skaaladel
- Kaks viisi: Newton (klassikaline) VS Einstein (üldrelativistlik)
- Newtoni maailmapildis on universum muutumatu ja eukleidiline ning taevakehadele rakendub jõud

$$F = -\frac{GM_g m_g}{r^2} \quad (13)$$

- Gravitatsioonilise potentsiaali $\Phi(\vec{r})$ annab Poissoni võrrand

$$\Phi(\vec{r}) = -G \int \frac{\rho(\vec{x})}{|\vec{x} - \vec{r}|} d^3x \quad (14)$$

Postulaadid

- Füüsikaseadused samad kõigis inertsiaalsetes taustsüsteemides
- Valguskiirus sama väärtusega kõigis inertsiaalsetes taustsüsteemides
- Erirelatiivsusteooria tegeleb erijuhuga, kus gravitatsiooni ei arvestata ning ruum on eukleidiline
- Vaatlejad erinevates taustsüsteemides mõõdavad aega erinevalt - pole absoluutset aega
- Aegruumis kahe sündmuse vaheline invariant

$$(\Delta s)^2 = -c^2(\Delta t)^2 + (\Delta l)^2 \quad (15)$$

Aegruum

Newtoni maailmapildis on aeg ja ruum kaks eraldiseisvat üksust, erirelatiivsuses moodustavad mõlemad aga 4D aegruumi

- Valgus levib ruumis mööda trajektoori, mis minimeerib kestust (Fermat'i printsiip) \Rightarrow valib lühima trajektoori
- Gravitatsiooni juuresolekul, footoni trajektoor ei ole sirge, seega aegruum **ei ole** eukleidiline
- N-mõõtmelises ruumis on **geodeetiline kõver** kõige lühem kahte punkti ühendav trajektoor

Geodeetilised kõverad

Kujutle lennukit, mis reisib teisele poole Maakera. Lühim tee punktist A punkti B kulgeb ümber meie planeedi, sest mööda Maad läbivat sirget me kahjuks lennata ei saa. Sellegi poolest tundub lennukis istudes, et liikumine toimub mööda sirget, aga päriselt moodustab lennuki trajektoor kõvera ümber Maa.

Üldrelatiivsusteooria II

Einsteini üldrelatiivsusteoorias on kõverus aegruumi omadus ning suvalise objekti gravitatsiooniline kiirendus on sõltumatu tema massist ja koostisest
⇒ objekt jälgib geodeesi, mille dikteerib ruumi geomeetria.

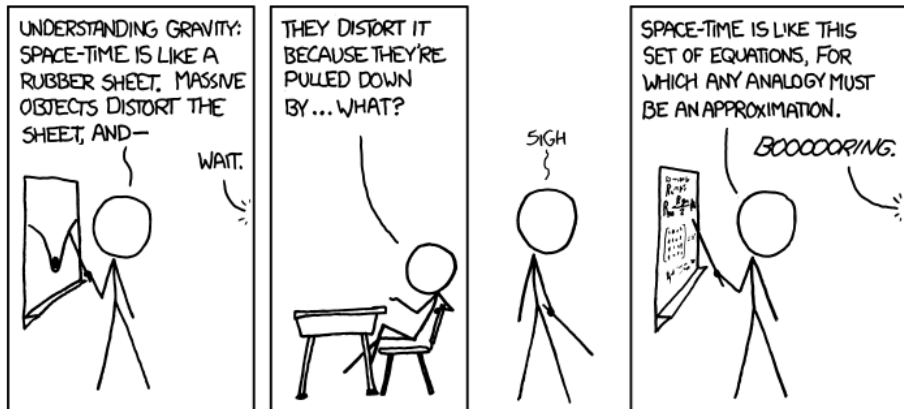
Newton

Mass ütleb gravitatsioonile, kuidas rakendada jõud.
Jõud ütleb massile, kuidas kiirendada.

Einstein

Mass (Energia) ütleb aegruumile, kuidas kõverduda.
Aegruumi kõverus ütleb massile, kuidas liikuda.

Analoogiatest



Gravitatsiooni kirjeldamiseks üldrelatiivsuse kontekstis on vaja leida matemaatiline raamistik, mis seoks omavahel aegruumi kõveruse (4D!) ja energia tiheduse.

Analoogselt, Poissoni võrrand seob omavahel grav. pot. ja masstiheduse) Esmalt aga vaatame, kuidas on võimalik kirjeldada ruumikõverust erinevate ruumigeomeetria korral.

- Kõige lihtsam 2D ruum on kõveruseta pind, kus kehtib eukleidiline geomeetria

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \quad (16)$$

- Positiivse kõverusega pinnad

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi + A/R^2 \quad (17)$$

- Negatiivse kõverusega pinnad

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi - A/R^2 \quad (18)$$

Kui tahame, et 3D ruum oleks homogeneen ja isotroopne, siis peab ruumikõverus olema kas **ühtlaselt** lame, positiivse kõverusega või negatiivse kõverusega.

Sarnaselt 2D ja 3D juhule, saame defineerida meetrika ka 4D aegruumis.

- Minkowski meetrika - kehtib ainult erirelatiivsuse kontekstis
- Footoni trajektoor aegruumis - **null geodees** - iga jooneelemendi puhul kehtib $ds = 0$
- **Friedmann-Robertson-Walker (FRW) meetrika** - aegruumi meetrika, kaugused võivad suureneda/väheneda sõltuvalt ajast

Universumi homogeensusest ja isotroopsusest

Kui universum on perfektselt homogeenne ja isotroopne, siis tema geometria on kirjeldatav vaid kolme parameetriga: $a(t)$, κ ja R_0

- Me ei ole perfektsed kosmilised vaatlejad - aja koordinaat t FRW meetrikas on kosmiline aeg
- Kaasaliikuvad koordinaadid - r, ϕ, θ - kui paisumine on perfektselt homogeenne ja isotroopne, siis need jäävad konstantseks
- Kehtib ainult suurtel skaaladel, kus paisumine on ühtlane!
Väiksetel skaaladel on universum ebaühtlane ning ei paisu ühtlaselt.

- Kui tahame leida kaugust kahe objekti vahel, peame täpsustama aja, millal see kaugus kehtib
- Kahe punkti vaheline omakaugus $d_p(t)$ on võrdne neid ühendava geodeesiga fikseeritud $a(t)$ korral
- Mis juhtub kaugenemise kiirusega kui omakaugus on võrdne Hubble'i kaugusega?

Kauge objekti punanihke ja universumi paisumisteguri vahel kehtib seos:

$$1 + z = \frac{a(t_o)}{a(t_e)} = \frac{1}{a(t_e)} \quad (19)$$

Seega mõõtes ära galaktika punanihke, saame teada, mis oli universumi paisumistegur $a(t)$ hetkel kui tema valgus alustas teekonda meie teleskoobi poole.

Mida suurem on z , seda väiksem oli $a(t_e)$, mis omakorda tähendab suuremat punktidevahelist kaugust.